



FACULTAD DE EDUCACIÓN

# GRADO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

2015/2016

## **DISTRACTORES QUE SE MANIFIESTAN EN LA IDENTIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS POR ALUMNOS DE 9/10 AÑOS.**

DISTRACTORS THAT APPEAR IN THE  
IDENTIFICATION OF TRIANGLES: A SAMPLE  
WITH 9/10 YEAR-OLD STUDENTS.

Autor: Vanesa Ibáñez Martínez

Director: Irene Polo Blanco

Octubre 2016

VºBº DIRECTOR

VºBº AUTOR

1. INTRODUCCIÓN.....	3
2. LITERATURA.....	4
2.1 INTRODUCCIÓN.....	4
2.2 APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA.....	4
2.3 ERRORES Y DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.....	6
2.4 TEORÍA DE FORMACIÓN DE CONCEPTOS GEOMÉTRICOS DE VINNER.....	7
2.5 APRENDIZAJE DE CONCEPTOS GEOMÉTRICOS.....	10
2.5.1 Definición del concepto.....	10
2.5.2 Triángulos en el currículo de Cantabria.....	11
2.5.3 Dificultades en el aprendizaje de conceptos geométricos. El caso del triángulo.....	13
3. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN Y METODOLOGÍA .....	14
3.1 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	15
3.2 METODOLOGÍA.....	15
3.2.1 Diseño de los métodos de investigación.....	16
3.2.2 Cuestionario.....	16
3.2.3 Muestra.....	17
4. RESULTADOS.....	17
5. DISCUSIÓN.....	22
6. CONCLUSIÓN.....	24
7. BIBLIOGRAFÍA.....	26
8. ANEXOS.....	29

## 1. INTRODUCCIÓN

---

En los últimos años ha aumentado la preocupación por estudiar los errores que comenten los niños en geometría por parte de investigadores en didáctica de las matemáticas. Muchas de esas investigaciones comparten la idea de que esos errores son debidos a la presencia de distractores en el aprendizaje de conceptos geométricos. Según la teoría de Vinner (1991), estos distractores se basan en algunas características fuertes de algunos conceptos que no son importantes para la definición pero que el niño ha incluido en su esquema mental como parte de ella. Un ejemplo de estos distractores son los conocidos como distractores de orientación y surgen cuando el estudiante incorpora la posición (generalmente prototípica) como un atributo relevante necesario para definirlo. Se ha observado la presencia de distractores de posición en la identificación de diversos conceptos geométricos, en particular en la de triángulos. Es por ello que el presente trabajo se plantea con el fin de identificar la presencia de estos y otros distractores en la identificación de triángulos por alumnos de Primaria en Cantabria.

Para ello dividiremos en 6 apartados la investigación. En el apartado 2, literatura, realizaremos una revisión bibliográfica de estudios anteriores relacionados con la complejidad de los distractores en la identificación de triángulos, basándonos en la teoría de Vinner y Hershkowitz (1983).

En el apartado 3 se muestran las preguntas de investigación consideradas para llevar a cabo este estudio, así como el diseño de la metodología, el cuestionario y la muestra empleada para recoger los datos de la investigación. En el apartado 4 se muestran los resultados obtenidos en la investigación. En el apartado 5 se analizan e interpretan los resultados obtenidos relacionándolos con la teoría de formación de conceptos geométricos de Vinner. Para finalizar en el apartado 6 se recogen las conclusiones obtenidas a lo largo de este trabajo.

## 2. LITERATURA

---

### 2.1 INTRODUCCIÓN

En esta sección vamos a realizar una revisión bibliográfica de estudios previos sobre los distractores en la identificación de triángulos en geometría. Para ello el primer punto será “aprendizaje de la geometría” donde hablaremos de los principales problemas de comprensión en los procesos de aprendizaje de la geometría. En el siguiente punto titulado “errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas”, se tratará la evolución a lo largo de la historia del concepto de “error”.

El punto siguiente se centrará en la teoría de formación de conceptos según Vinner y los distractores más importantes. Y en el último punto “aprendizaje de conceptos geométricos” se realizará una conceptualización del triángulo, presentando diferentes definiciones y clasificaciones del mismo.

### 2.2 APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA:

Uno de los principales problemas que tiene planteado la investigación en Didáctica de las Matemáticas dentro del campo de la geometría escolar es la comprensión de los procesos de aprendizaje de los conceptos geométricos. (Piaget, 1956; citado por Dickson, Brown, & Gibson, 1991), (Van Hiele, 1999; citado por Jaime, Chapa, Gutiérrez, 1992) o Vinner (1991)

Piaget (1956; citado por Dickson, Brown, & Gibson, 1991) sugiere que el conocimiento espacial se desarrolla a medida que los niños interactúan con su entorno. En su trabajo sobre la adquisición del conocimiento espacial, distingue entre *percepción* (conocimiento de los objetos que se obtienen como resultado de la interacción directa de ellos) y *representación* (capacidad del niño para razonar sobre las propiedades espaciales de un objeto cuando ya no está

presente y pensar en los conceptos espaciales sin referencia a los objetos específicos). Además el autor hace referencia también a una progresiva diferenciación de las propiedades geométricas que pasa por diferentes fases:

Fase 1: propiedades topológicas: se observan en primer lugar las propiedades globales que son independientes del tamaño y la forma.

Fase 2: propiedades proyectivas: capacidad de predecir cómo será un objeto cuando se ve desde diferentes perspectivas.

Fase 3: propiedades euclídeas: propiedades geométricas relacionadas con el tamaño, la distancia y la forma.

La teoría de desarrollo espacial de Van Hiele, (1999; citado por Jaime, Chapa, Gutiérrez, 1992), está basada en cinco niveles de desarrollo secuenciales que explican el proceso de los estudiantes en el razonamiento geométrico, cada nivel está marcado por un vocabulario, conocimiento y una manera de razonar.

Nivel 1: las formas se diferencian por su apariencia global y formas individuales, sin detectar relaciones entre ambas formas o entre sus partes.

Nivel 2: comienza a desarrollarse una conciencia sobre las partes de las figuras que han sido adquiridas mediante observaciones del niño.

Nivel 3: comienzan a clarificarse las relaciones entre las diferentes figuras

Nivel 4 y 5: desarrollo del razonamiento deductivo y la construcción de teorías.

Por otro lado Vinner (1991) propone la teoría de formación de conceptos matemáticos, en la cual se hace una distinción entre un *concepto* (objeto matemático definido por una definición formal) y una *imagen conceptual* (representación operativa de ese concepto disponible en la mente del individuo). Según Vinner, “adquirir un concepto significa, entre otras cosas, adquirir un mecanismo de construcción e identificación mediante el cual será posible identificar o construir todos los ejemplos del concepto tal como éste

está concebido por la comunidad matemática” ( Vinner y Hershkowitz, 1983, p.52).

En todo ejemplo concreto de un concepto, podemos encontrar atributos relevantes, que son las propiedades que tiene que tener para pertenecer al concepto, propiedades necesarias, y atributos no relevantes que son propiedades no necesarias de ese concepto. Cada persona tiene en su mente imágenes de un concepto, que son ejemplos concretos de ese concepto con unas características especiales.

Algunos alumnos tienen imágenes conceptuales pobres, lo que dificulta la identificación de otros ejemplos del concepto, dando lugar a la formación de errores y dificultades en el aprendizaje de la geometría.

## **2.3 ERRORES Y DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS:**

El error ha sido considerado desde la antigüedad, según Sócrates (citado por Rico, 1997) “todos nosotros podemos errar, y con frecuencia erramos individual y colectivamente; pero la idea del error y la falibilidad implica que podamos buscar la verdad, la verdad objetiva, aun cuando por lo general nos equivoquemos por amplio margen”.

Antiguamente se consideraba el error como algo perjudicial para el proceso de enseñanza/aprendizaje de los alumnos. Pero a lo largo de los años se empezó a observar que el error no solo no es algo perjudicial, sino que aporta ventajas en el proceso de enseñanza. El error supone que se pueda indagar en él, permitiendo a los alumnos construir su propio conocimiento (Socas, 2007).

Según Rico (1997) se parte de diferentes líneas de reflexión, en primer lugar desde la epistemología, donde los procesos de aprendizaje incluyen de manera sistemática errores. En segundo lugar las aproximaciones cognitivas lo consideran como parte normal de los procesos de aprendizaje y en tercer y último lugar están las aproximaciones sociales que consideran el conocimiento matemático como una representación de las experiencias materiales de personas que interactúan con entornos particulares, culturas y períodos históricos. El estudio de los errores debe formar parte de la competencia profesional de un docente para llevar a cabo una trayectoria adecuada con sus alumnos, haciendo de guía para la conducción de sus pensamientos (Rico, 1997).

## **2.4 TEORÍA DE FORMACIÓN DE CONCEPTOS GEOMÉTRICOS DE VINNER**

Desde el ámbito de la geometría también se ha estudiado el error a la hora de desarrollar esquemas conceptuales, ya sean incompletos o mal contruidos sobre conceptos o propiedades. La teoría de formación de conceptos de Vinner (1991) es de gran ayuda para explicar la mayoría de los errores que se producen en los alumnos de primaria.

La identificación o construcción de ejemplos de un concepto supone que hay que tener en cuenta la imagen del concepto y la definición del concepto así como aquellas operaciones mentales o físicas en las que una comparación con el dibujo mental sea más fácil (Vinner y Hershkowitz, 1983).

Otro aspecto que hay que tener en cuenta en la enseñanza de la geometría en primaria es la manera en que se proporcionan las definiciones de los conceptos, puesto que esto puede ser fuente de grandes errores (Vinner, 1991). Gutiérrez y Jaime (1996) apuntan cómo los maestros y los libros de texto presentan los conceptos de Geometría de dos formas diferentes: o bien

mediante el enunciado de definición, ejercicios de memorización y reconocimiento de algunas figuras concretas, o bien presentando primeramente ejemplos de figuras, describiendo sus características para pasar a definir las, realizar ejercicios memorísticos de la definición así como actividades de reconocimiento de otras figuras. Ambas metodologías se centran en las definiciones más que en los ejemplos visuales que son los “*que impactan más en los estudiantes y los que producen un efecto mental más duradero y profundo*” (Gutiérrez y Jaime, 1996, p. 145). Esto es lo que les lleva a los alumnos a no tener una imagen mental correcta de un concepto (Vinner 1991), y por lo tanto a cometer errores en las tareas que involucran dicho concepto.

En general, el origen de casi todos los tipos de errores que el alumno posee detectados en el aprendizaje de conceptos geométricos se basa en unas imágenes conceptuales muy pobres, aprendidas con unos ejemplos prototípicos que no manifiestan características importantes (Gutiérrez y Jaime, 1996).

En su teoría Vinner hace una diferenciación entre el *concepto*, que lo define como el objeto definido por una definición formal, e *imagen conceptual* que es el conjunto de todas las imágenes mentales asociadas en la mente del estudiante con el nombre del concepto, pudiendo ser una serie de impresiones o experiencias. Es algo no verbal que se ha ido formando con la experiencia y que puede que contenga partes que no estén de acuerdo con la definición formal o con otras partes de la propia imagen (Turégano, 2006)

Según Vinner (1991) se adquiere un concepto cuando el estudiante es capaz de identificar o construir todos los ejemplos del concepto tal y como éste está concebido por la comunidad matemática. Cada concepto posee unos atributos relevantes, que son las propiedades que lo definen como tal al concepto, y atributos irrelevantes, que son propiedades no necesarias a ese concepto y que permite diferenciar unos ejemplos de otros. Los atributos



relevantes se utilizan para la definición de conceptos y los irrelevantes para hacer clasificaciones (Turegano, 2006)

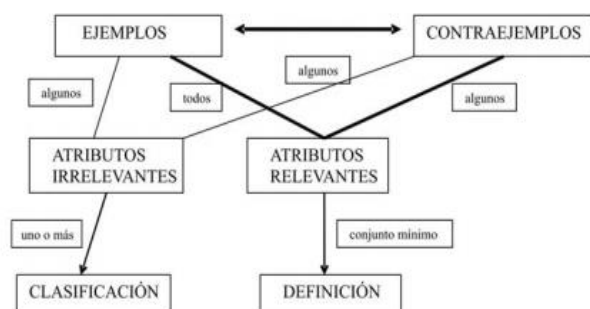


Figura 1. Relación entre los elementos que permiten al estudiante construir conceptos básicos geométricos basados en los planteamientos de Hershkowitz (1990)

A veces los atributos irrelevantes pueden actuar como distractores para los alumnos, llevándoles a cometer errores. Los *distractores* se definen como atributos irrelevantes de fuertes características visuales que se incluyen en las imágenes mentales del concepto. En muchos libros de texto se presentan los conceptos con ejemplos que favorecen la adquisición de atributos irrelevantes como relevantes, lo que lleva a incluirlos en la imagen del concepto que el alumno va a formar (Vinner, 1991).

Unos de los distractores más conocido son los *distractores de orientación* (Vinner y Hershkowitz, 1983) que se refieren a aquellas propiedades visuales que se incluyen en el esquema conceptual del alumno y que no tienen nada que ver con la definición del concepto. También contamos con los *distractores de estructuración* que corresponden a una presentación débil del concepto en el que ciertos elementos y propiedades son excluidos.

Para Vinner las definiciones crean un serio problema en el aprendizaje de las matemáticas. El profesor y el autor del libro de texto pueden pensar que su tarea ha terminado con la introducción de la definición formal. Pero no deben hacerse ilusiones sobre el poder que tenga esa definición en el pensamiento matemático del estudiante (Vinner 1991; citado en Turégano, 2006).

## 2.5 APRENDIZAJE DE CONCEPTOS GEOMETRICOS

En este punto *tratáremos* el concepto de triángulo y las diferentes clasificaciones de los triángulos. Se estudiará también cómo se trata este concepto en el currículo de Primaria en nuestra comunidad.

### 2.5.1 Definición y clasificación de triángulos

Los polígonos son aquellas figuras planas formadas por una línea poligonal cerrada y su interior (SM, 2008). Los polígonos se clasifican según el número de lados. Así se define triángulo como el polígono de menor número de lados, cuadriláteros como un polígono de cuatro lados, pentágono de cinco lados, hexágono de seis lados, etc. Según la RAE los polígonos son una porción del plano limitado por líneas rectas y los triángulos son un polígono de tres ángulos y tres lados. (RAE, 2016). Según la editorial Anaya (2016) los polígonos son figuras planas limitadas por segmentos de rectas

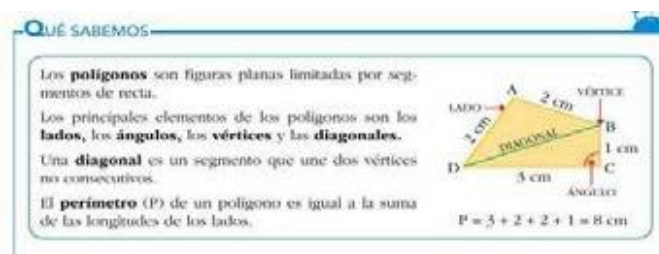


Figura 2. Definición de polígono (Libro 5º Matemáticas Anaya, 2015).

Los triángulos se pueden clasificar según la medida de sus ángulos y de sus lados. En la clasificación según sus ángulos nos encontramos con triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos. Para que un triángulo sea acutángulo debe tener sus tres ángulos agudos, es decir menores de  $90^\circ$ . Para que el triángulo se considere rectángulo debe tener un ángulo de  $90^\circ$  y para que se considere obtusángulo debe tener uno de sus ángulos mayor de  $90^\circ$ .

Según la medida de sus lados los triángulos pueden clasificarse en tres tipos, triángulos equiláteros, isósceles y escalenos. Los triángulos equiláteros son aquellos que tienen sus tres lados de la misma medida. Los triángulos isósceles son aquellos que tienen solo dos lados de la misma medida. Y por último los triángulos escalenos son aquellos que poseen todos sus lados de diferente medida.

### 2.5.2 Triángulos en el currículo de Cantabria

En cuanto a los contenidos relacionados con la geometría en el currículo de la Comunidad Autónoma de Cantabria (BOC, Decreto 27/2014, de 5 de junio, pp. 1679-1735), se encuentran en el Bloque 4 que es el correspondiente a Geometría de cada curso.

En 1º de Educación Primaria (BOC, 2014, pp. 1685-1686) los contenidos relacionados con los polígonos: que son (1) Líneas rectas, curvas y poligonales. (2) Formas geométricas y espaciales y (3) reconocimiento de regularidades.

Algunos de los estándares de aprendizaje son la identificación de formas geométricas cuadrangulares, triangulares y círculos en el entorno; o utilizar un vocabulario geométrico adecuado a su nivel, en la descripción oral de itinerarios o rutas así como dibujar a mano alzada triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos.

En 2º de Educación Primaria (BOC, 2014, pp. 1692) los contenidos son: (1) Líneas poligonales y curvas, abiertas y cerradas. (2) Formas geométricas y espaciales. Polígonos: lados y vértices y (3) Regularidades y simetrías.

En este curso los estándares relacionados con el aprendizaje de polígonos serán la identificación de polígonos contando sus lados y vértices,

así como dibujar y construir figuras planas utilizando distintos tipos de materiales; y al igual que en el curso anterior emplear un vocabulario adecuado para su nivel.

Los contenidos que se trabajan en 3º de Educación Primaria (BOC, 2014, pp. 1700-1701) son: (1) Ángulos: elementos y clasificación. (2) Figuras planas: elementos y relaciones. (3) Clasificación de triángulos atendiendo a la longitud de los lados y amplitud de los ángulos. (4) Concavidad y convexidad de figuras planas. (5) Cuerpos geométricos: aristas y caras y (6) concepto de perímetro.

Algunos de los estándares de evaluación son: identificar los distintos tipos de ángulo, clasificar triángulos atendiendo a la medida de sus lados y ángulos, identificando la relación entre ambos.

En 4º de Educación Primaria (BOC, 2014, pp. 1712-1713) los contenidos que se trabajan en relación con los triángulos son: (1) Medida y construcción de ángulos. (2) Perímetro. (3) Cuerpos geométricos: elementos y relaciones y (4) Poliedros. Elementos básicos: vértices, caras y aristas.

Los estándares susceptibles de evaluación en el campo que nos interesan serán: la utilización de instrumentos de dibujo y herramientas tecnológicas para la construcción y exploración de figuras planas así como medir y construir ángulos utilizando el transportador.

Los contenidos de 5º de Educación Primaria (BOC, 2014, pp. 1722-1723) son: (1) ángulos en distintas posiciones: consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice, etc. (2) Ángulos complementarios y suplementarios. (3) Medida de ángulos en triángulo y cuadriláteros. (4) Mediatriz y bisectriz y (5) Figuras planas. Polígonos regulares e irregulares. Perímetro y área.

En cuanto a los estándares de aprendizaje evaluables podemos destacar la identificación y representación de ángulos en diferentes posiciones y averiguar la medida de los ángulos de un triángulo dado.

Por último, en 6º de Educación Primaria (BOC, 2014, pp. 1733-1734) los contenidos que se trabajan son: (1) simetría y semejanza. (2) Mediatriz y bisectriz. (3) Poliedros regulares e irregulares y no poliedros y (4) área de figuras planas.

Los estándares de evaluación para este curso relacionados con los triángulos son la utilización de herramientas tecnológicas para la construcción de figuras planas y exploración de las formas geométricas y calcular el área de un polígono regular para la resolución de problemas.

### **2.5.3 Dificultades en el aprendizaje de conceptos geométricos. El caso de triángulo.**

Son numerosos los estudios que se han llevado a cabo sobre las dificultades en el aprendizaje de conceptos geométricos basados en la Teoría de Vinner (1991). Entre ellos encontramos el trabajo de Guillén (2000) quien realiza una investigación entre los alumnos de la universidad que se están formando para futuros maestros. En este estudio aplica el modelo de Van Hiele a la geometría de los sólidos, analizando los errores que se producen para el desarrollo del conocimiento con el fin de obtener información sobre cómo van construyendo los estudiantes ciertos objetos mentales de conceptos geométricos relacionados con los sólidos y cómo van ampliándolos durante el proceso de enseñanza/aprendizaje.

Para el estudio anterior Guillen (2000) se basa en los estudios de varios autores, entre los que están Viner y Hershkowitz (1983), los cuales señalan que en la identificación o construcción de ejemplos de un concepto, se pueden

diferenciar tres elementos: la imagen del concepto, la definición del concepto y el grupo de operaciones mentales o físicas que pueden hacer más fácil la identificación.

Por otro lado, Gutiérrez y Jaime (1996) estudian cual es la comprensión de un concepto por los estudiantes de Magisterio e identificar los procesos de aprendizaje y razonamiento seguidos por los estudiantes y la influencia de los mismos de algunas variables como sus conocimientos previos o la manera de presentarles dicho concepto.

Barrantes (2008) hace una reflexión sobre los obstáculos y errores que hacen que los alumnos de Primaria desarrollen esquemas conceptuales incompletos o mal contruidos sobre los conceptos.

Desde el punto de vista del análisis de libros de texto, Jaime, Chapa y Gutiérrez (1992) estudian cómo aparecen los distractores en la presentación de conceptos en los libros de texto de Primaria y cómo esto puede llevar a errores en el aprendizaje de estos conceptos por parte de los alumnos.

### **3. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN Y METODOLOGÍA**

---

Como hemos visto en la sección anterior, los distractores de orientación y configuración que tienen una enorme influencia en el aprendizaje de conceptos geométricos, tanto solidos como planos. Esto nos ha motivado a llevar a cabo este trabajo donde haremos una investigación para profundizar en el aprendizaje de figuras planas de los alumnos de Primaria en nuestra comunidad autónoma, concretamente en la identificación de triángulos.

Para se han planteado una serie de preguntas relacionadas con la identificación de triángulos, la imagen mental de los alumnos y la prevalencia

de la imagen mental sobre la definición dada, realizado un cuestionario a alumnos de 9 y 10 años.

En la primera sección vamos a plantear las preguntas de investigación, en la sección siguiente hablaremos del método de investigación empleado haciendo una descripción del mismo. Y en la última sección detallaremos cual ha sido la muestra con la que hemos trabajado para la realización de este trabajo.

### **3.1 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN**

Como hemos venido observando en la revisión bibliográfica de este trabajo, los estudiantes de Educación Primaria presentan serias dificultades en la identificación de triángulos. Esto puede ser causado por la imagen mental incompleta o errónea que los alumnos tienen de los triángulos o algunos factores que actúan como distractores para la clasificación.

Teniendo esto en cuenta hemos planteado tres preguntas de investigación, sobre las cuales vamos a trabajar.

- ¿Cómo es la imagen mental de los alumnos en relación a los distintos tipos de triángulos?
- ¿Qué distractores se manifiestan más frecuentemente en la identificación de estos tipos de triángulos?
- ¿Prevalece la imagen mental del alumno sobre la definición del concepto?

## 3.2 METODOLOGÍA

A continuación se describe la metodología llevada a cabo en la realización del estudio.

### 3.2.1 Diseño de los métodos de investigación

Para la realización de este trabajo hemos creado un cuestionario con el que pretendemos averiguar si los alumnos son capaces de identificar distintos triángulos en diferentes posiciones a la estándar y concretar cuáles son los distractores más comunes entre los estudiantes. Además, en cada una de las preguntas se les proporcionaba la definición del concepto implicado con el fin de identificar si utilizaban dicha definición o por el contrario, su imagen mental sobre el concepto. Nuevamente nos basaremos en el marco teórico de Vinner y Hershkowitz (1983) y Vinner (1991) que explican la presencia de dichos errores en el aprendizaje de conceptos geométricos.

### 3.2.2 Cuestionario

El cuestionario está dividido en dos partes, en la primera los estudiantes deberán rellenar sus datos: nombre, apellido, sexo, edad y nota que suelen obtener de manera general en matemáticas.

En la segunda parte aparecen las cuatro preguntas a las que tiene que responder en relación a la identificación de distintos tipos de triángulos, todas ellas acompañadas de la definición del concepto que se está pidiendo identificar. Los enunciados son cortos, sencillos y concisos.

El instrumento fue validado con profesores de Primaria. En un principio el cuestionario contenía una pregunta extra sobre la clasificación simultánea entre ángulos y lados. A partir de las sugerencias de los profesores, quienes lo



consideraron excesivamente complicado, esa pregunta fue eliminada del cuestionario final, quedando así las cuatro preguntas descritas anteriormente.

(Ver Anexo 1)

### 3.2.3 Muestra

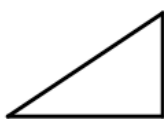
Esta investigación se ha realizado con un total de 27 alumnos de 5º de Educación Primaria en un colegio concertado de Cantabria, pertenecientes a un solo grupo. Previo a la realización del cuestionario, en este curso se había tratado ya el concepto de triángulo, y las clasificaciones por la medida de sus lados y de sus ángulos. Durante la realización del cuestionario solo se podía utilizar un bolígrafo. No se permitió utilizar ningún otro utensilio de dibujo ni de medida.

## 4. RESULTADOS

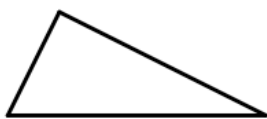
---

A continuación se detallaran los resultados obtenidos en el cuestionario.

**Pregunta 1. Señala con una cruz las figuras que sean triángulos rectángulos. Recuerda la definición de triángulos rectángulo: triángulo con un ángulo recto.**



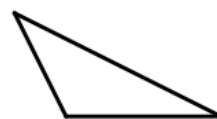
**A**



**B**



**C**



**D**



**E**

Respuesta	Número de alumnos
Correcto (A,B,C,E)	3
Parcialmente correcto(A,E)	8
Parcialmente correcto (A,C,E)	7
Parcialmente correcto (A,B,C)	4
Incorrecto	5

Como se observa en la tabla, solamente 3 de los 27 alumnos ha contestado correctamente a la pregunta.

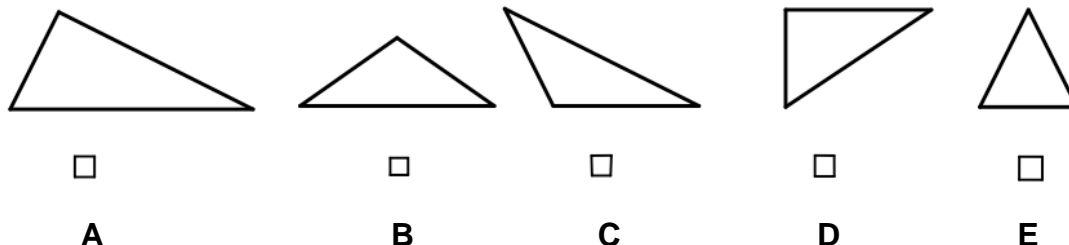
Ocho de los alumnos no han seleccionado las opciones B (triángulo apoyado sobre la hipotenusa) ni tampoco la opción C (triángulo apoyado sobre ángulo recto con una ligera inclinación), lo que puede estar debido a una pobre imagen mental de este tipo de triángulo en estos alumnos.

Por otro lado, 7 alumnos han seleccionado todos los triángulos rectángulos excepto el apoyado sobre la hipotenusa, lo que indica de nuevo un distractor de posición que da lugar a que no se incluya este caso en la imagen mental.

De manera similar, 4 alumnos excluyen solamente el caso del triángulo apoyado sobre uno de los vértices agudos y con cateto vertical.

Observamos también que la opción A, triángulo apoyado sobre ángulo recto, ha sido marcada en la mayoría de los casos. Este triángulo lo consideramos prototípico, debido a su orientación y colocación en el papel.

**Pregunta 2. Señala con una cruz las figuras que sean triángulos obtusángulos. Recuerda la definición de triángulo obtusángulo: triángulo con un ángulo obtuso.**



Respuesta	Número de alumnos
Correcto (B,C)	13
Parcialmente correcto ( B,C,D)	4
Parcialmente correcto (C )	6
Incorrecto	4

En esta pregunta la mitad de los alumnos han respondido de manera correcta, marcando en sus respuestas las opciones B y C.

Por otro lado, 6 alumnos han señalado solamente el apoyado sobre el ángulo obtuso y en posición prototípica, con un lado paralelo al borde del papel. Este tipo de imagen es la más común en libros de texto y otros documentos de geometría, de tal forma que los alumnos tienen como único ejemplo de triángulo obtusángulo el apoyado sobre el ángulo obtuso. Esto hace referencia nuevamente a un distractor de orientación.

Por otro lado, 4 alumnos han incluido erróneamente el triángulo rectángulo apoyado sobre un vértice, lo que nuevamente nos lleva a un distractor de posición.

**Pregunta 3. Señala con una cruz las figuras que sean triángulos isósceles. Recuerda la definición de triángulo isósceles: triángulo con dos lados iguales.**



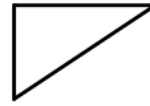
**A**



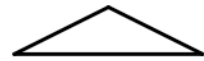
**B**



**C**



**D**



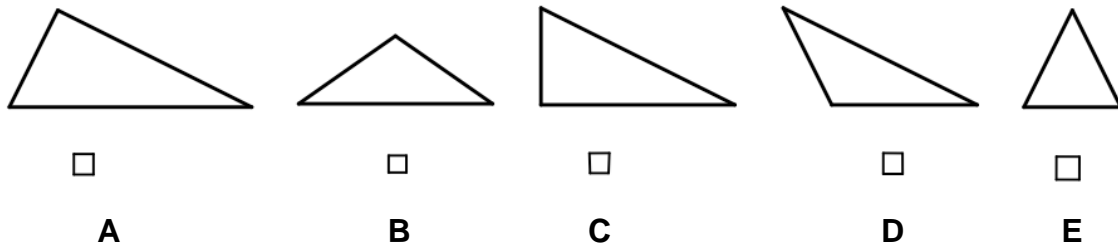
**E**

Respuesta	Número de alumnos
Correcto (A,B,C,E)	7
Parcialmente correcto ( A)	2
Parcialmente correcto (A,C,E)	4
Parcialmente correcto ( A,B,E)	4
Parcialmente correcto ( A,B,C)	3
Otras	4
Incorrecto	3

En este caso vemos que 7 de los alumnos ha respondido de manera correcta según la definición dada.

El resto de los alumnos han olvidado alguno de los casos de triángulo isósceles o han seleccionado casos que no lo son. Por ejemplo 2 alumnos han marcado solo la opción más común de triángulo isósceles. Por otro lado encontramos 8 alumnos que han dejado fuera los casos de triángulo rectángulo isósceles (Cuatro olvidaron el caso B en posición prototípica, y otros cuatro el caso C en posición oblicua). Tres de los alumnos no han considerado la opción E como triángulo isósceles. Y por último, otros 3 alumnos han respondido de manera incorrecta, incluyendo en su selección la opción D.

**Pregunta 4. Señala con una cruz las figuras que sean triángulos escalenos. Recuerda la definición de triángulo escaleno: triángulo con tres lados desiguales.**



Respuesta	Número de alumnos
Respuesta correcta ( A,C,D)	11
Parcialmente correcta ( A,C)	3
Parcialmente correcto ( A,D)	3
Parcialmente correcto ( A)	6
Incorrecto	4

En este caso vemos que 11 de los alumnos han contestado de manera correcta mientras que 12 han contestado de manera parcialmente correcta. Tres de los alumnos ha excluido el triángulo obtusángulo (puede haberse debido a una falta de precisión en la elaboración del cuestionario pues el dibujo resultante contiene dos lados que pueden parecer de igual longitud), tres de ellos no han marcado la opción C, que muestra un triángulo rectángulo escaleno, y seis de ellos solo han marcado la opción A, que representa la imagen prototípica de triángulo escaleno.

Finalmente, cuatro han contestado de manera incorrecta, incluyendo en su selección las opciones B y/o E.

## 5. DISCUSIÓN

---

En esta sección comentaremos los resultados obtenidos en el cuestionario realizado a los alumnos de 5º de Educación Primaria.

Con las preguntas que se han planteado en el cuestionario lo que queríamos saber es como es la imagen mental de los alumnos, cuales son los distractores más frecuentes y si la imagen mental prevalece sobre la definición proporcionada.

En la primera pregunta donde se les pide a los alumnos que escojan los triángulos rectángulos, solo 3 de los 27 alumnos han contestado de manera completamente correcta, mientras que 7 de ellos ha excluido de su respuesta el triángulo rectángulo apoyado sobre la hipotenusa. Esto puede ser debido a la ausencia de representaciones de triángulos rectángulos apoyados sobre la hipotenusa lo que hace que los alumnos excluyan este caso de su colección de ejemplos de su imagen mental, coincidiendo con los resultados del estudio de Gutiérrez y Jaime (1996) que muestran que la imagen mental prevalece sobre la definición .

La mayoría de las respuestas incluyen las representaciones del triángulo apoyado sobre el ángulo recto, lo que parece indicar que en la colección de ejemplos que se presenta a los alumnos, estas representaciones están muy presentes. Además, casi un tercio del total de alumnos solamente ha seleccionado estos dos triángulos. Esto constituye un importante distractor de orientación por las fuertes características visuales de estos casos. Estos alumnos incluyen en su definición de triángulo rectángulo estar apoyado sobre el ángulo recto.

En el caso de la pregunta 2 del cuestionario nos encontramos con resultados similares, es decir los alumnos eligen los triángulos prototípicos de la definición que se les pide excluyendo los que pueden estar sometidos a distractores de orientación, como es el caso de la opción D, que es marcada por los alumnos como triángulo obtusángulo siendo en realidad un triángulo rectángulo apoyado sobre uno de sus vértices que forma un ángulo agudo.

En la pregunta 3 donde se pide a los alumnos que identifiquen los triángulos isósceles, nos encontramos que solamente 7 de los alumnos no ha marcado la opción A (triángulo isósceles prototípico) donde la *relación lado igual \_ lado desigual* queda muy clara. Esto lo identificaremos como un error debido a un distractor de estructuración.

Hay un alto porcentaje de alumnos (9 alumnos), que no ha identificado a los triángulos isósceles como rectángulos. Esto puede ser debido a un distractor de posición pero también puede ser debido a un error de concepto, puesto que se están mezclando la clasificación de triángulos mediante lados y mediante ángulos y los alumnos no conciben que pueda ser rectángulo e isósceles a la vez.

De manera general, las preguntas nos muestran que prevalece la imagen mental frente a la definición que se proporciona y que como hemos visto en apartado anteriores en muchos casos los alumnos/as tienen una imagen mental errónea o incompleta.

En todas las preguntas ha habido bastantes alumnos que han incluido en su selección casos de triángulos que no cumplen la definición, lo que manifiesta una imagen mental errónea del concepto. En muchos de estos casos, las opciones elegidas presentan características visuales fuertes de otro tipo de triángulos, como es el caso del triángulo obtusángulo en posición parecida a la prototípica del triángulo rectángulo. Por otro lado muchos

alumnos/as muestran tener un conocimiento parcial de algunos conceptos debido a la presencia de distractores. Esto se manifiesta en aquellos alumnos que han dado una respuesta parcialmente correcta, es decir, han señalado parte de los ejemplos correctos pero no todos los que se daban.

## 6. CONCLUSIÓN

---

Esta investigación ha sido centrada en la identificación de los distractores que se manifiestan en la identificación de triángulos por alumnos de 9/10 años en la Comunidad Autónoma de Cantabria. El objetivo final de esta es responder a las preguntas que nos planteamos inicialmente, que son: (1) ¿Cómo es la imagen mental de los alumnos en relación a los distintos tipos de triángulos? (2) ¿Qué distractores se manifiestan más frecuentemente en la identificación de estos tipos de triángulos? y (3) ¿Prevalece la imagen mental del alumno sobre la definición del concepto?

Como hemos visto anteriormente, Vinner y Hershkowitz (1983) señalaban en sus estudios la diferencia entre *concepto* (objeto matemático definido por una definición formal) y la *imagen conceptual* (representación operativa de ese concepto disponible en la mente del individuo). Tras el estudio realizado se observa que, a pesar de que todas las preguntas contenían la definición del concepto, ha prevalecido en muchos casos la imagen conceptual frente a dicha definición.

En particular, tras el análisis de los cuestionarios de los alumnos de 5º de Educación Primaria, se ha observado que un porcentaje alto de alumnos muestra tener una imagen conceptual errónea o incompleta de los triángulos. Algunos de los alumnos que ha respondido de manera incorrecta, ha incluido en sus respuestas las opciones que son propios de ejemplos de distractores de orientación y/o estructuración. Por ejemplo, en el caso del triángulo obtusángulo muchos alumnos han marcado como única respuesta correcta el



triángulo obtusángulo colocado en posición prototípica, excluyendo de su elección el resto de triángulos obtusángulos que se proporcionaban.

Esto pone de manifiesto lo importante que es para muchos alumnos que se les proporcione una amplia gama de imágenes del mismo concepto, además, de representaciones prototípicas puesto que estas tienen unas fuertes características visuales que empañan la definición que se les proporciona sobre el concepto.

Una vez realizado este trabajo, y con el fin de profundizar en los distractores, se podrá plantear aumentar las muestras del estudio abarcando otros cursos para indagar en la evolución de estos distractores.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

---

CANTABRIA. 2014. Decreto 27/2014, de 5 de junio, que establece el currículo de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Cantabria. *Boletín Oficial de Cantabria*, 30 de junio de 2014, 124, pp. 1679-1735.

BARRANTES, M., & ZAPATA, M. A. 2008. Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo abierto: Revista de educación*, 27(1), pp. 55-71. ISSN: 0213-9529

BARROSO, R (2000). El proceso de definir en matemáticas un caso: el triángulo. *Enseñanza de las ciencias*, 18(2), 285-295.

BROUSSEAU, G., DAVIS, R., & WERNER, T. 1986. Observing students at work. En: B. Christiansen, A. G. Howson y M. Otte (Eds.) *Perspectives on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.

DICKSON, L., BROWN, M., & GIBSON, O. 1991. Pensamiento espacial. En: L. Dickson, M. Brown y O. Gibson (AA.) *El aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Editorial Labor, pp. 15-87. ISBN: 9788433551481.

DICKSON, M. BROWN y O. GIBSON (AA.) *El aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Editorial Labor, pp. 15-87. ISBN: 9788433551481.

GUILLÉN, G. 2000. Sobre el aprendizaje de conceptos geométricos relativos a los sólidos. Ideas erróneas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didáctica*, 18(1), pp. 35-53. ISSN: 0212-4521, ISSN-e: 2174-6486.

GUTIÉRREZ, A., & JAIME, A. 1996. Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de Magisterio. En: J. Giménez y A. Jaime (Eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares, pp. 143-170. ISBN: 8481513210, ISBN-13: 9788481513219.

HERSHKOWITZ, R. (1990). Psychological Aspects of Learning Geometry. En Nesher & Kilpatrick (Eds.): *Mathematics and Cognition*, 70-95. Cambridge: Cambridge University Press.

JAIME, A., CHAPA, F., GUTIÉRREZ, A. (1992). Definiciones de triángulos y cuadriláteros: errores e inconsistencias en libros de textos de E.G.B. *Épsilon*, nº23.

MEDICI, D., SPERANZA, F., VIGHI, P. (1986). Sobre la formación de los conceptos geométricos y sobre el léxico geométrico. *Enseñanza de las ciencias*, 4(1), 16-22.

RADATZ, H. 1979. Error analysis in mathematics education. *Journal for research in mathematics education*, 9, pp. 163-172.

REY, J. L. 2004. Dificultades conceptuales generadas por los prototipos geométricos o cuándo los modelos ayudan, pero no tanto. *Revista de la Sociedad Argentina de Educación Matemática*, 22, pp. 3-12.

RICO, J.L (s.f). Propuesta de desarrollo de la geometría en educación infantil y primaria. *CEIP Dr. Caravaca*.

RICO, L (1997). Reivindicación del error en el aprendizaje de las matemáticas. *Epsilon*. nº38. pp. 185-198. ISSN: 1131-9321.

SOCAS, M. 1997. Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En: L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori, pp. 125-154. ISBN: 84-85840-65-8.

SOCAS, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en educación matemática XI*. pp. 19-52.

TURÉGANO, P. (2006). Una interpretación de la formación de conceptos y su aplicación en el aula. *Ensayos*, (21), pp. 35-48.

VINNER. S., & HERSHKOWITZ, R. 1983. On concept formation in geometry. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 83(1), pp. 20-25.

VINNER, S. 1991. The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. En: D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht, Holanda: Kluwer, pp. 65-81.

## 8. ANEXO 1

# CUESTIONARIO DE MATEMÁTICAS

**Rellena los siguientes datos:**

Nombre y apellidos: .....

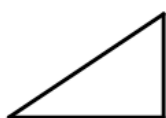
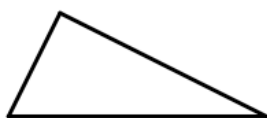
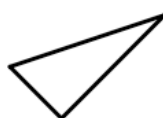
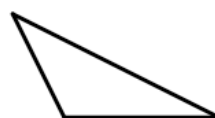
Sexo:    chico                      chica

Edad: .....

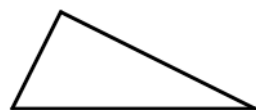
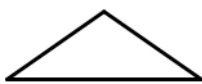
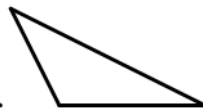
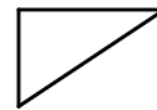
Curso: .....

¿Qué nota obtienes normalmente en matemáticas? Da un número del 1 al 10:

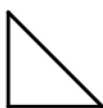
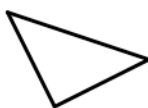
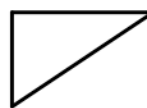
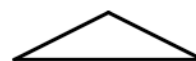
**1. Señala con una cruz las figuras que sean triángulos rectángulos. Recuerda la definición de triángulo rectángulo: triángulo con un ángulo recto.**

☐☐☐☐☐

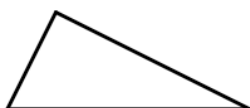
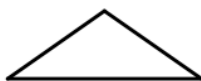
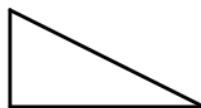
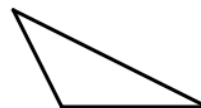
**2. Señala con una cruz las figuras que sean triángulos obtusángulos. Recuerda la definición de triángulo obtusángulo: triángulo con un ángulo obtuso.**

☐☐☐☐☐

**3. Señala con una cruz las figuras que sean triángulos isósceles. Recuerda la definición de triángulo isósceles: triángulo con dos lados iguales.**

☐☐☐☐☐

**4. Señala con una cruz las figuras que sean triángulos escalenos. Recuerda la definición de triángulo escaleno: triángulo con tres lados desiguales.**

☐☐☐☐☐